**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ**

отчет

**по практической работе № 6**

**по дисциплине «Вычислительная математика»**

Тема: Метод простых итераций

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 7777 |  |  |
| Преподаватель |  |  |

Санкт-Петербург

2018

**Цель работы.**

Найти корень уравнения  для функции  методом простых итераций с заданной точностью Eps, исследовать зависимость числа итераций от точности Eps при изменении Eps от 0,1 до 0,000001 и исследовать скорость сходимости метода.

**Основные теоретические положения.**

Метод простых итераций решения уравнения , состоит в замене исходного уравнения эквивалентным ему уравнением  и построении последовательности , сходящейся при  к точному решению.

Рассмотрим один шаг итерационного процесса. Исходя из найденного на предыдущем шаге значения  вычисляется . Если , то полагается  и выполняется очередная итерация. Если же , то вычисления заканчиваются и за приближенное значение корня принимается . Погрешность результата вычислений зависит от знака производной : при  погрешность определения корня составляет , а при  погрешность не превышает . Существование числа является условием сходимости метода в соответствии с отмеченной выше теоремой.

Для применения метода простых итераций определяющее значение имеет выбор функции  в уравнении , эквивалентном исходному. Функцию  необходимо подбирать так, чтобы . Это обусловливается тем, что если  на отрезке , то последовательные приближения  будут колебаться около корня, если же , то последовательные приближения будут сходиться к корню c монотонно. Следует также помнить, что скорость сходимости последовательности  к корню c функции  тем выше, чем меньше число.

**Постановка задачи.**

Порядок выполнения следующий:

1) Графически или аналитически отделить корень уравнения .

2) Преобразовать уравнение  к виду  так, чтобы  
в некоторой окрестности [Left; Right] корня производная  удовлетворяла условию . При этом следует иметь в виду, что чем меньше величина *q*, тем быстрее последовательные приближения сходятся к корню.

3) Выбрать начальное приближение, лежащее на [Left; Right].

4) Составить подпрограмму для вычисления значений  и , предусмотрев округление вычисленных значений с точностью Delta.

5) Составить головную программу, вычисляющую корень уравнения  
и содержащую обращение к программам , и ITER и индикацию результатов.

6) Провести вычисления по программе. Исследовать скорость сходимости и обусловленность метода.

**Выполнение работы.**

Найдём графически отрезок [Left; Right], на которых функция  удовлетворяет условиям применимости метода простых итераций. И определим абсолютное число обусловленности задачи вычисления корня:

 (1)

тогда .

Уравнение  преобразуем к виду  и получим функция .

Результаты вычисление значения функции приведены на рис.1.

Рисунок 1 – Графическое изображение функции

На основе полученных результатов был получен отрезок [0,5; 2]. На этом отрезке мы можем брать любое начальное приближение, т.к.  ,где  на отрезке [0,5; 2].

Была составлена функция для вычисления функций  и    
с использованием функции Round для округления значений с точностью Delta, задаваемой с клавиатуры. Коды данных функций приведены в приложении A.

Далее была написана головная программа, вычисляющую корень уравнения с заданной точностью Eps и содержащую обращение к подпрограмме , функциям ITER, Round и вывод результатов. Код данной функции приведён в приложении A.

Были проведены вычисления в программе, изменяя значения Eps, Delta  
и результаты приведены в приложении Б.

Были построены графики зависимости числа итераций от Ерs. Графики приведены в Приложении В.

Исследуем сходимость метода простых итераций. Результаты приведены   
в приложении Г.

**Выводы.**

В ходе выполнения данной практической работы была создана программа для нахождения корня уравнения корня уравнения *f*(*x*) =0 для нелинейной функции методом итераций, исследованы обусловленность и скорость сходимости метода. Проанализировав результаты работы программы, был сделан вывод, что данная задача обладает хорошей обусловленностью в ситуациях, когда погрешность исходных данных не больше погрешности решения, а также метод итераций обладает линейной сходимостью.

Метод простых итераций довольно прост с точки зрения вычислений и имеет достаточно быструю сходимость. Однако для его применения необходимо провести предварительный анализ задачи для нахождения функции *φ(x)*. При этом, если функция имеет несколько корней, которые необходимо найти, то отыскание одной функции *φ(x)* проблематично.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

КОД ПРОГРАММЫ

#include <stdio.h>

#include <math.h>

#include "methods.h"

double delta,c,d;

double F(double x) { // f(x ) = (1+cos(x))/(3 - sin(x))

double s;

long int S;

s = (1 + cos(x)) / (3 - sin(x)) ;

if (s / delta < 0)

S = s / delta - 0.5;

else

S = s / delta + 0.5;

s = S \* delta;

s = Round(s, delta);

return s;

}

double F1(double x){

double s;

long int S;

s = (cos(x)\*cos(x)+cos(x)+3\*sin(x)-9)/(3-sin(x))/(3-sin(x));

if( s/delta < 0 )

S = s/delta - 0.5;

else

S = s/delta + 0.5;

s = S\*delta;

s = Round(s,delta);

return s;

}

int main () {

int k ;

long int s;

float c1,eps1,delta1;

double c,eps,x;

double F(double);

printf("Введите eps:");

scanf("%f",&eps1);

eps = eps1;

printf("Введите c:");

scanf("%f",&c1);

c = c1;

printf("Введите delta:");

scanf("%f",&delta1);

delta = delta1;

x = ITER(c,eps,k);

printf("x=%f k=%d\n",x,k);

return 0;

}

Приложение Б

вычисление приближенного значения корня f(x)

Вычисления приблизительного значения корня, необходимое число итераций *k* в зависимости от Eps и Delta приведены в табл. 1.

Таблица 1 – вычисление приближенного значения корня *f(x)*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение Eps | Значение Delta | Значение | Значение | Число итераций *k* |
| 0,1 | 0,1 | 2 | 0,700000 | 2 |
| 0,01 | 0,1 | 2 | 0,700000 | 3 |
| 0,001 | 0,1 | 2 | 0,700000 | 3 |
| 0,0001 | 0,1 | 2 | 0,700000 | 3 |
| 0,00001 | 0,1 | 2 | 0,700000 | 3 |
| 0,000001 | 0,1 | 2 | 0,700000 | 3 |
| 0,1 | 0,01 | 2 | 0,720000 | 2 |
| 0,01 | 0,01 | 2 | 0,750000 | 3 |
| 0,001 | 0,01 | 2 | 0,750000 | 4 |
| 0,0001 | 0,01 | 2 | 0,750000 | 4 |
| 0,00001 | 0,01 | 2 | 0,750000 | 4 |
| 0,000001 | 0,01 | 2 | 0,750000 | 4 |
| 0,1 | 0,001 | 2 | 0,720000 | 2 |
| 0,01 | 0,001 | 2 | 0,748000 | 3 |
| 0,001 | 0,001 | 2 | 0,747000 | 4 |
| 0,0001 | 0,001 | 2 | 0,747000 | 4 |
| 0,00001 | 0,001 | 2 | 0,747000 | 5 |
| 0,000001 | 0,001 | 2 | 0,747000 | 5 |
| 0,1 | 0,0001 | 2 | 0,719900 | 2 |
| 0,01 | 0,0001 | 2 | 0,748400 | 3 |
| 0,001 | 0,0001 | 2 | 0,747000 | 4 |
| 0,0001 | 0,0001 | 2 | 0,747000 | 4 |
| 0,00001 | 0,0001 | 2 | 0,747100 | 5 |
| 0,000001 | 0,0001 | 2 | 0,747100 | 6 |
| 0,1 | 1E-05 | 2 | 0,719900 | 2 |
| 0,01 | 1E-05 | 2 | 0,748440 | 3 |
| 0,001 | 1E-05 | 2 | 0,747040 | 4 |
| 0,0001 | 1E-05 | 2 | 0,747400 | 4 |
| 0,00001 | 1E-05 | 2 | 0,747120 | 5 |
| 0,000001 | 1E-05 | 2 | 0,747110 | 7 |
| 0,1 | 1E-06 | 2 | 0,719899 | 2 |
| 0,01 | 1E-06 | 2 | 0,748442 | 3 |
| 0,001 | 1E-06 | 2 | 0,747035 | 4 |
| 0,0001 | 1E-06 | 2 | 0,747035 | 4 |
| 0,00001 | 1E-06 | 2 | 0,747116 | 5 |
| 0,000001 | 1E-06 | 2 | 0,747111 | 6 |

**Точное значение .**

Приложение В

ГРАФИКИ

На рис. 2-7 приведены графики зависимости количества итераций *k* от заданной точности Eps при разных значениях Delta.

Рисунок 2 – График зависимости при Delta = 0,1

Рисунок 3 – График зависимости при Delta = 0,01

Рисунок 4 – График зависимости при Delta = 0,001

Рисунок 5 – График зависимости при Delta = 0,0001

Рисунок 6 – График зависимости при Delta = 0,00001

Рисунок 7 – График зависимости при Delta = 0,000001

Приложение Г

ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ

Метод простых итераций обладает линейной скоростью сходимости, следовательно, на каждой итерации данного метода должно выполнятся неравенство , причём . Результаты приведены в табл.2.

Таблица 2 – Исследование скорости сходимости метода итераций

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Значение | Значение | Значение |
| 1 | 0,027213 | 1,252888043 | 0,02172 |
| 2 | 0,00133 | 0,027212957 | 0,04887 |
| 3 | 7,7E-05 | 0,001330043 | 0,05786 |
| 4 | 4,04E-06 | 7,69566E-05 | 0,05254 |
| 5 | 4,34E-08 | 4,04343E-06 | 0,01074 |